

## 平行平面側壁流路中におかれた角柱まわりの二次元的流れ

立花 規良\*・松本 康洋\*\*

Two-Dimensional Flows around a Rectangular Cylinder  
Put in the parallel Plane Side-Wall Channel

Motoyoshi TACHIBANA and Yasuhiro MATSUMOTO

( Received Jan. 31, 1980 )

On two-dimensional flows around a rectangular cylinder put in the parallel plane side-wall channel, we discuss on the basis of the difference numerical analysis of flow fields and the flow visualization experiment. It is shown that flow fields around a rectangular cylinder depend on Reynolds number of flow, the aspect ratio of cylinder and the cylinder disposition and become complex ones including the wake vortex region. Besides, we present that the difference numerical method is useful for the clarification of such flow fields and offers valuable data on flow patterns, velocity components and pressure distributions.

### 1 結 言

流体の流れ中におかれた物体まわりの流れは、数理解析的関心と工業の諸方面への応用性から、流体力学の主要な課題の一つとして取り上げられてきた。物体まわりの流れは、一般に、三次元的であるが、数学的な取扱いの容易さから二次元的に処理される場合が多くある。この典型的な事例が円柱や翼形まわりの流れで、鈍頭物体としての角柱まわりの流れも、この範ちゅうに入る。一方、このような物体まわりの流れを実験あるいは数値解析により検討する場合、流れ場の有限性が問題となる。そこで、有限流れ場中の二次元的物体まわりの流れとして、平行二平面で構成される流路中におかれた角柱まわりの二次元的流れをとりあげ、流れ場の数値解析と流れの可視化実験により検討することにする。

### 2 流れ場解析

#### 2.1 基礎式と解法

図1のような平行平面側壁で構成される二次元的流路内を、非圧縮性のニュートン流体(密度 $\rho$  運動粘性係数 $\nu$ )が定常層流状態で二次元的に流れ、その中に角柱が配置I(図1-a)及び配置

---

\* 機械工学科

\*\* 日比谷総合設備

II (図1-b) のようにおかれているとする。このときナビエ・ストークスの運動方程式の無次元表示式は、

$$u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{\partial P}{\partial x'} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \quad (1)$$

$$u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = -\frac{\partial P}{\partial y'} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) \quad (2)$$

となる。ここで、 $u'$ 、 $v'$ は平均流速 $u_0$ で無次元化された速度成分、 $P$ は $\rho u_0^2$ で無次元化された圧力、 $x'$ 、 $y'$ は流路幅 $D$ で無次元化された座標、である。また、この場合のレイノルズ数 $\text{Re}$ は

$$\text{Re} = \frac{u_0 D}{\nu} \quad (3)$$

である。連続の式及び渦度の式は、

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad (4)$$

$$\zeta = \frac{\partial v'}{\partial x'} - \frac{\partial u'}{\partial y'} \quad (5)$$

であり、式(1)～式(5)に流れ関数

$$u' = \frac{\partial \psi}{\partial y'} \quad v' = -\frac{\partial \psi}{\partial x'} \quad (6)$$

を導入し、整理すると、基礎式

$$\Delta \psi = -\zeta \quad (7) \quad \Delta \zeta + \text{Re} \left( \frac{\partial \psi}{\partial x'} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial y'} - \frac{\partial \psi}{\partial y'} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial x'} \right) = 0 \quad (8)$$

が得られる。図1-bの配置IIでは、流れ場が $x$ 軸に関し対称となるので、図の上半領域のみを対象とすることにする。

基礎式の境界条件は、図1において

配置I (図1-a)

$$\text{HG} : \psi = 1, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y'} = 0$$

$$\text{AB, CD, EF} : \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y'} = 0$$

$$\text{BC, DE} : \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x'} = 0$$

$$\text{AH} : \psi = 3y'^2 - 2y'^3, \quad \zeta = 12y' - 6$$

$$\text{FG} : \frac{\partial \psi}{\partial x'} = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x'} - \text{Re} \frac{\partial \psi}{\partial y'} \left( \zeta + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2} \right) = 0$$

配置II (図1-b)

$$\text{DC} : \psi = 0.5, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y'} = 0$$

$$\text{IJ, KL} : \psi = 0, \quad \zeta = 0$$

$$\text{HG} : \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y'} = 0$$

$$\text{JH, GK} : \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x'} = 0$$

$$\text{ID} : \psi = \frac{3}{2}y' - 2y'^3, \quad \zeta = 12y'$$

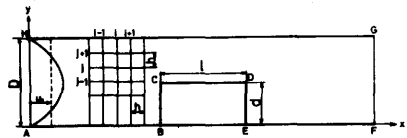
$$\text{LC} : \frac{\partial \psi}{\partial x'} = 0, \quad \frac{\partial \zeta}{\partial x'} - \text{Re} \frac{\partial \psi}{\partial y'} \left( \zeta + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y'^2} \right) = 0$$

となる。

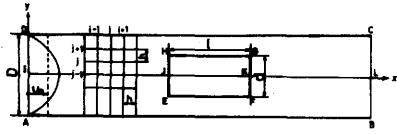
1) 計算方法は、Greenspanに従い、図1のように流れ場を格子分割して基礎式を差分近似し、 $\psi$ と $\zeta$ を連立させ、反復法を用いて解き、

$$|\psi^{(k)} - \psi^{(k+1)}| < 10^{-4}, \quad \frac{|\zeta^{(k)} - \zeta^{(k+1)}|}{|\zeta^{(k)}|} < 10^{-4}$$

を収束限界とした。このようにして求められた $\psi$ より、式(6)及び式(1)の差分近似式を用いて、速度



(a) 配置 I



(b) 配置 II

図1 座標と角柱まわりの流れ場

分布と平面側壁（図1のH $\theta$ あるいはD $\theta$ ）上の圧力分布を求めた。

## 2.2 結果と検討

流路幅Dの平行二平面間に、図1のように、角柱（幅 $d = \frac{1}{2}D$ 、長さ $l = d, 2d, 3d, 5d$ ）を配置し、角柱の上流側は $3D$ 、下流側は、 $Re < 100$ のとき $4D$ 、 $100 \leq Re < 200$ のとき $6D$ 、 $Re \geq 200$ のとき $10D$ のところにそれぞれの境界条件を置き、 $Re = 10 \sim 500$ において、流れ場の数値計算を行った。

### 2.2.1 レイノルズ数効果

長幅比2の角柱の配置I及び配置IIの流線と等渦度線を図2と図3に示した。両図より、(i)角柱の後方の渦域は、両配置において、レイノルズ数の増加と共に増大し、一定な状態に漸近する。(ii)同じレイノルズ数において、配置Iと配置IIをくらべると、配置Iが配置IIより、後流渦域が大きい、ことが見出される。後流渦域長さ $l_w$ を流線図から評価し、相対的長さ $l_w/d$ をレイノルズ数 $Re$ に対し図示したのが図4である。後流渦域の相対的長さは、配置Iが配置IIより大きく、 $Re \geq 100$ では、前者は後者の大略2倍となる。

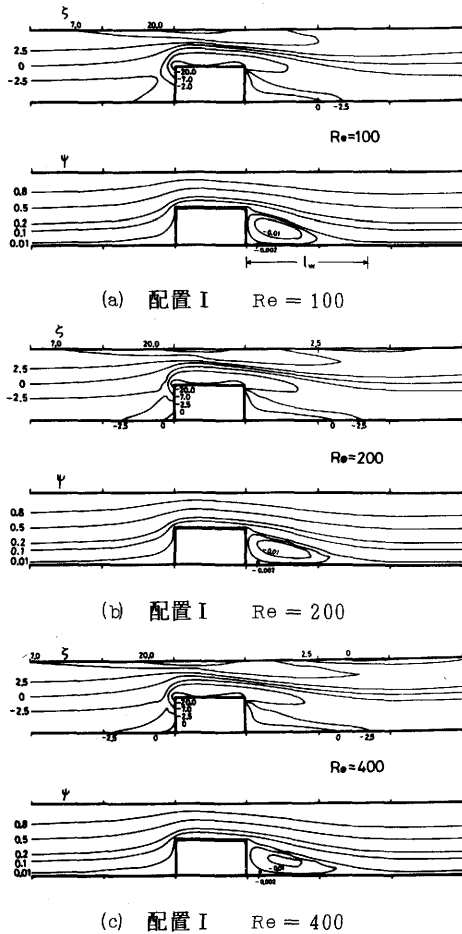


図2 流線と等渦度線 ( $l/d = 2$ )

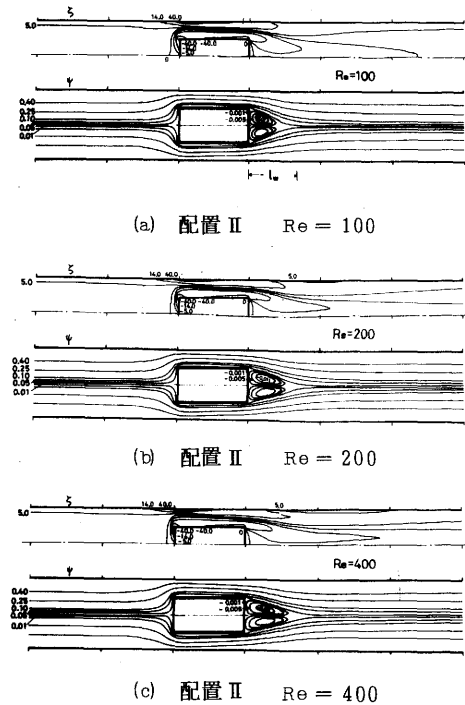


図3 流線と等渦度線 ( $l/d = 2$ )

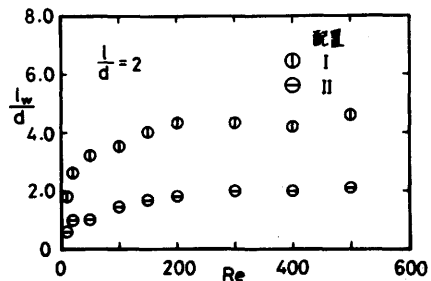


図4 後流渦域の相対的長さ ( $l/d = 2$ )

次に、無次元速度 ( $u$ ,  $v$ ) の変化の状態を、図5と図6に示した。流れ方向速度への角柱の影響はレイノルズ数が大きいほど著しく、角柱後方の速度分布が放物線状に回復する距離はレイノルズ数の増加と共に長くなる。

さらに、平面側壁上の圧力分布を図7に示した。圧力分布への角柱の影響はレイノルズ数の増加と共に著しくなり、角柱後方の圧力回復距離は長く

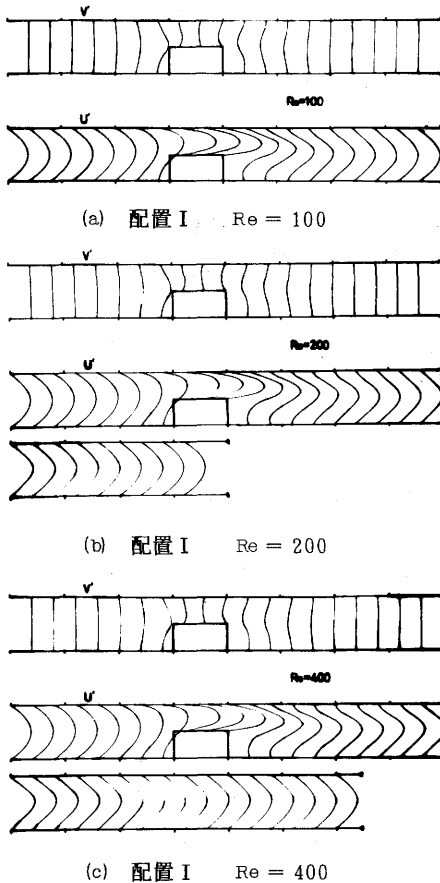


図5 速度変化 ( $l/d = 2$ )

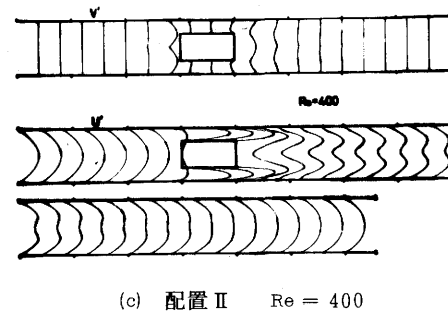
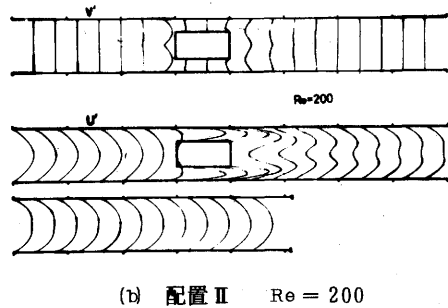
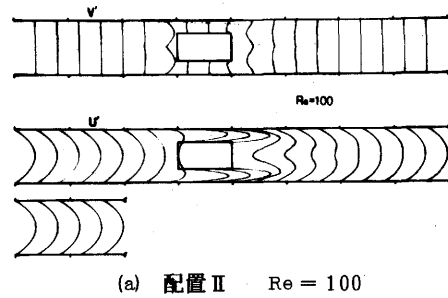
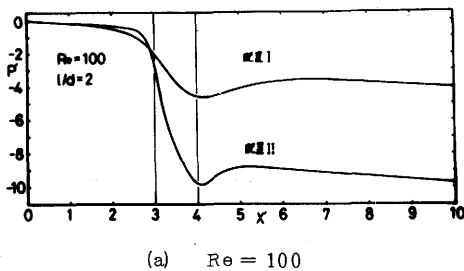


図6 速度変化 ( $l/d = 2$ )

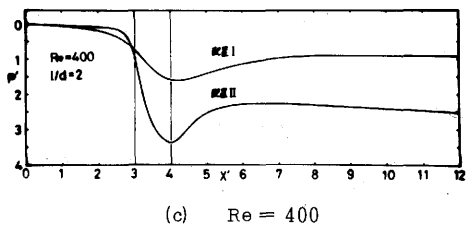
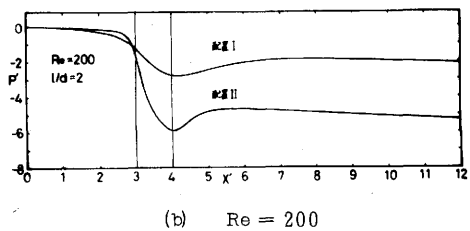


図7 圧力分布 ( $l/d = 2$ )

なる。角柱の配置効果をみると、角柱の影響は、配置Ⅰが配置Ⅱより、広い範囲に及び、角柱後方の圧力回復距離も長くなる。角柱部の圧力降下は、配置Ⅱが配置Ⅰより大きく、最小圧力点は角柱後端部付近に生ずる。

### 2.2.2 長幅比効果

流れのレイノルズ数が200のときの角柱の長幅比が1、3、5の場合の結果を、図8～図13に示した。図8と図9は流線と等渦度線を図示したもので、角柱の長さが増加することにより、角柱部の側方流れ場は変化するが、角柱の前方及び後方の流れ場はほぼ同じとみなしうる。流線図より後流渦域長さを評価し、その相対的長さを角柱の長幅比 $l/d$ に対し図示したのが図10で、 $l/d=1$ の場合、 $l_w/d$ は多少小さいが $l/d=2\sim5$ では $l_w/d$ はほぼ一定である。

無次元速度の変化の状態を図11と図12に示した。角柱の長幅比が大きいほど、角柱後方の流れ方向速度の放物線分布への回復距離は長くなる。

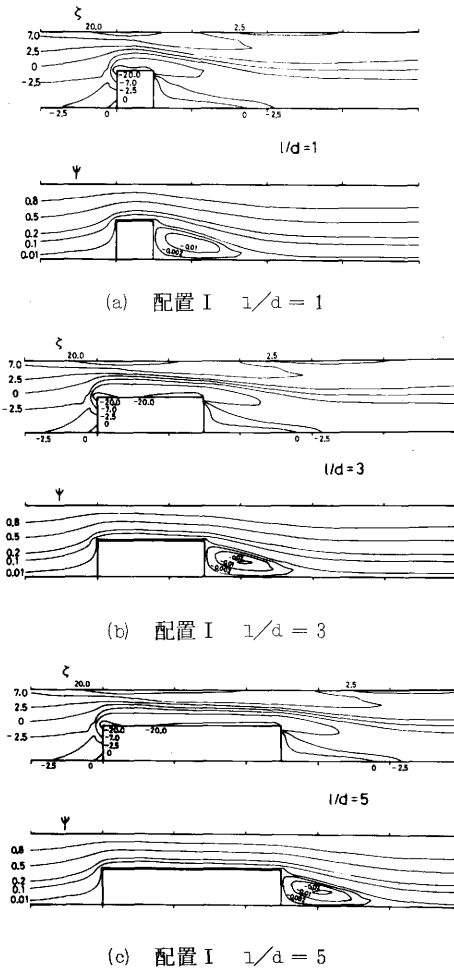


図8 流線と等渦度線 ( $Re=200$ )

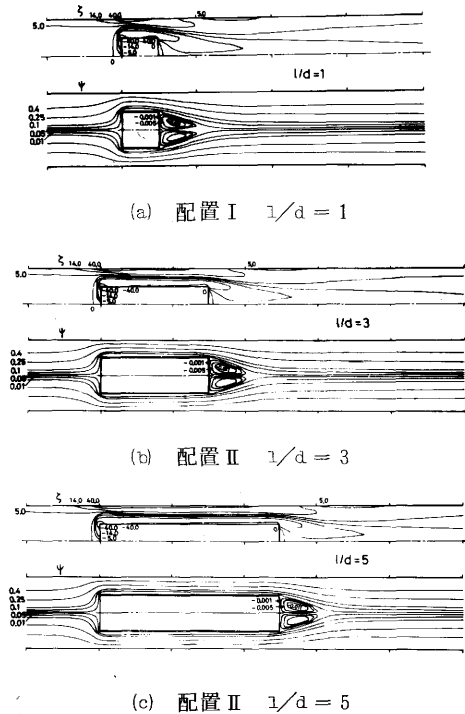


図9 流線と等渦度線 ( $Re=200$ )

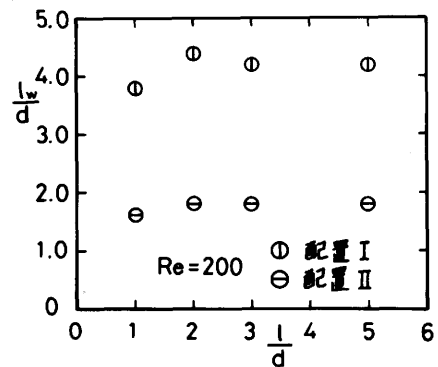
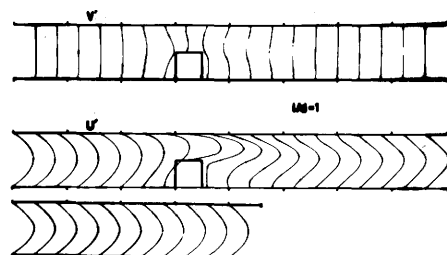


図10 後流渦域の相対的長さ ( $Re=200$ )

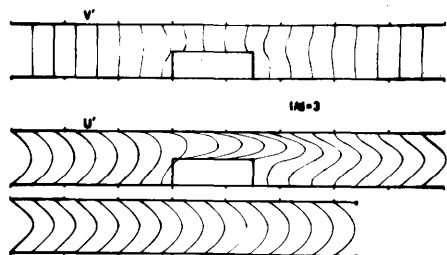
平面側壁上の圧力分布を図13に示した。角柱が十分長くなると、角柱側方流れ場に、完全に発達した流れが出現し、圧力降下が一定（例えば、角柱の長幅比が5で配置Ⅱの場合）となる部分が見出されるようになる。

### 3 可視化実験

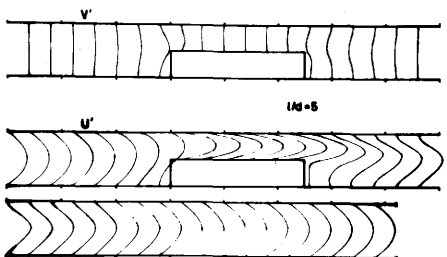
#### 3.1 装置と方法



(a) 配置Ⅰ  $l/d = 1$

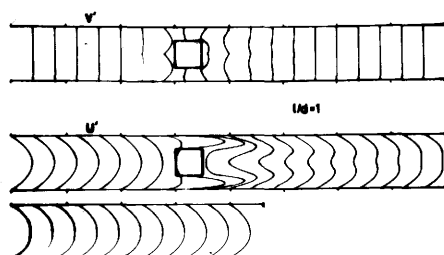


(b) 配置Ⅰ  $l/d = 3$

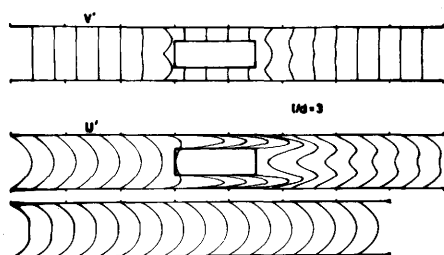


(c) 配置Ⅰ  $l/d = 5$

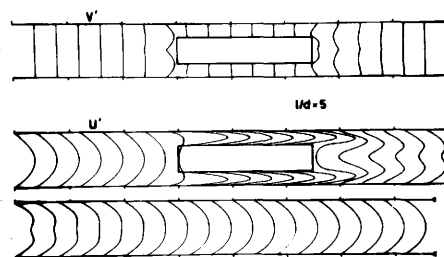
図11 速度変化 ( $Re = 200$ )



(a) 配置Ⅱ  $l/d = 1$

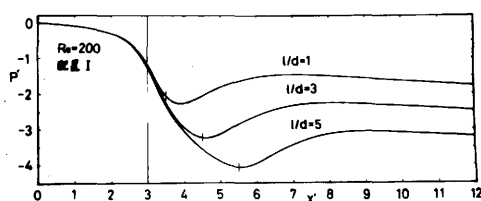


(b) 配置Ⅱ  $l/d = 3$

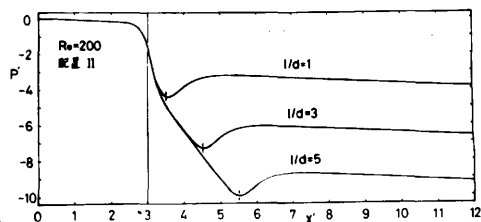


(c) 配置Ⅱ  $l/d = 5$

図12 速度変化 ( $Re = 200$ )



(a) 配置Ⅰ



(b) 配置Ⅱ

図13 圧力分布 ( $Re = 200$ ,  $l/d = 1, 3, 5$ )

実験に使用した回流水槽は市販されているもの（機械研究社製 WT-2 V型）で、観測部の流路の幅は40 cmで長さは約2.2 mである。観測部における流速を浮子法により測定した結果が図14で、流路幅の中央部分では流速が一定になっていることが確認された。そこで、このような領域に、アクリル板で作成した二枚の平面側壁を間隔  $D=40\text{ mm}$  で平行に設置して試験流路を作り、さらに、所定の位置に角柱を置いた。試験流路と角柱の配置状態の概略を図15に示した。供試角柱は高さ16 cmの長方形断面をもつアクリル製のもので、その主要諸元を表1に示した。本実験の供試角柱の長幅比  $l/d$  は1～10で、試験流路と供試角柱の幅比  $d/D$  は0.5である。なお、角柱の配置は、一方の平面側壁に密着しておく（配置Ⅰ）場合と図15のように平行二平面側壁の中央に対称におく（配置Ⅱ）場合の二種類とした。回流液体は主として水道水で、流れのレイノルズ数を小さくするためにはグリセリンを混入した。供試液体の運動粘性係数  $\nu$  はウペローデ粘度計により測定した。

試験流路におかれた角柱まわりの流れは、アルミニウム粉末をトレーサとして可視化し、流線模様を写真にとり、流れのレイノルズ数、角柱の長幅比及び角柱の配置をパラメータとして分析した。試験流路の速度分布は浮子法により測定した。その結果の一例を図16に示した。本実験の範囲では流れの速度分布は放物線分布であったので、試験流路の平均流速  $u_0$  は流路中央での流速  $u_M$  を測定し  $u_0 = \frac{2}{3} u_M$  の関係により算定した。流れのレイノルズ数  $Re$  は  $Re \equiv \frac{u_0 D}{\nu} = \frac{2}{3} \frac{u_M D}{\nu}$  により算出した。本実験では、109～2186であった。

### 3.2 結果と検討

#### 3.2.1 角柱まわりの流れ

角柱まわりの流れの代表的な可視化写真を図17～図20に示した。

表1 供試角柱の主要諸元

呼 称	幅 $d$ mm	長さ $l$ mm	長幅比 $l/d$
20-1	20.36	19.99	0.982
20-2	20.54	40.02	1.95
20-3	20.39	60.12	2.95
20-5	20.24	100.03	4.94
20-6	20.17	120.02	5.95
20-10	20.48	199.97	9.76

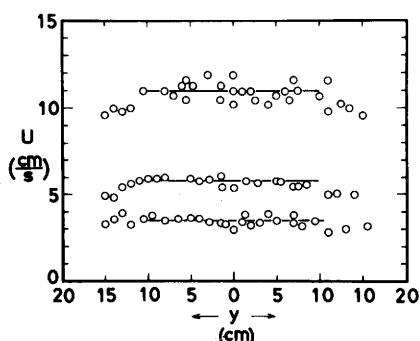


図14 回流水槽の観測部の速度分布

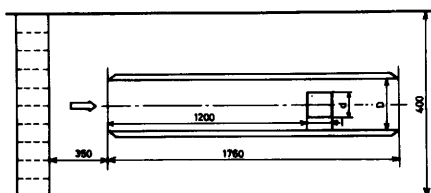


図15 試験流路と角柱の配置

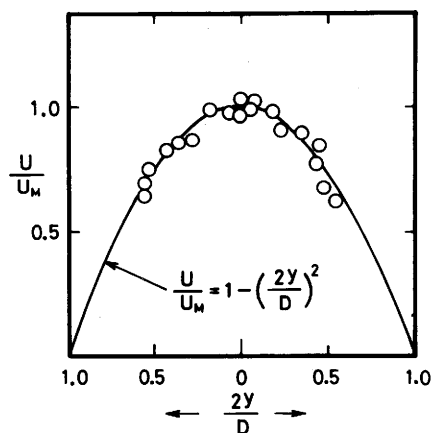
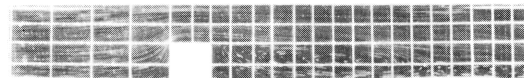


図16 試験流路の速度分布



Re = 109



Re = 293



Re = 455



Re = 807

(a) 配置 I  $l/d = 1$ 

Re = 109



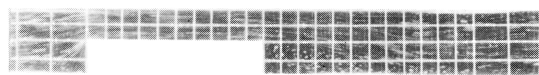
Re = 293



Re = 455



Re = 807

(b) 配置 I  $l/d = 2$ 

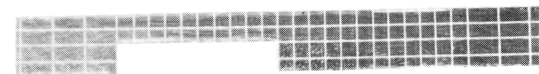
Re = 109



Re = 293



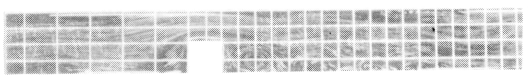
Re = 455



Re = 807

(c) 配置 I  $l/d = 5$ 

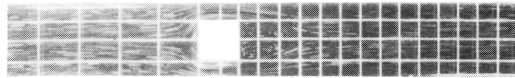
図17 角柱まわりの流線模様  
(レイノルズ数効果)



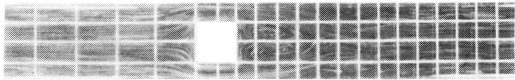
配置 I Re = 1507

図18 角柱まわりの流線模様  
(角柱の長幅比効果)

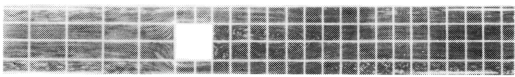




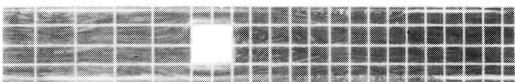
Re = 109



Re = 293

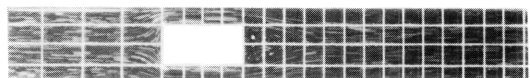


Re = 485

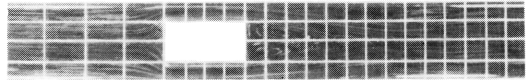


Re = 844

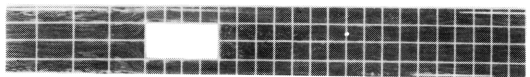
(a) 配置Ⅱ  $l/d = 1$



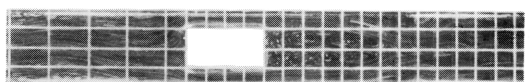
Re = 109



Re = 293



Re = 485



Re = 844

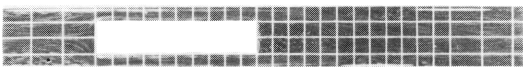
(b) 配置Ⅱ  $l/d = 2$



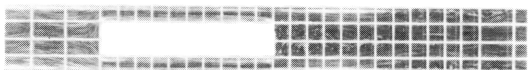
Re = 109



Re = 293



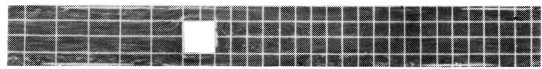
Re = 485



Re = 844

(c) 配置Ⅱ  $l/d = 5$

図19 角柱まわりの流線模様  
(レイノルズ数効果)



配置Ⅱ Re = 573

図20 角柱まわりの流線模様  
(角柱の長幅比効果)

試験流路の流れのレイノルズ数が低い領域 ( $Re < 200$ ) では、角柱の後方に安定した後流渦域が形成される。配置Ⅰでは、かなり大きい一つの渦が角柱後面と密着側壁面の間にでき、配置Ⅱでは角柱後方に双子渦ができる。レイノルズ数がより大きくなる ( $Re > 200$ ) と渦は不安定となる。配置Ⅰでは単独の大きな渦が分裂し複数の不規則な渦群となり、配置Ⅱでは双子渦の対称性が失われ、非対称な渦対となり、間欠的に後方に放出されるようになる。さらに、レイノルズ数が大きくなる ( $Re > 500$ ) と、角柱後方の側壁 (配置Ⅰでは角柱のない側、配置Ⅱでは両側) 上に、側壁渦が発生し、角柱の後方には不規則で複雑な流れ域があらわれる。

流れのレイノルズ数が一定で角柱の長幅比を変える場合、角柱の前面のかどではく離れた流線は長幅比が1の角柱では、角柱の側面に付着せず、後流渦域を含むようなものとなるが、2以上の長幅比の角柱では、角柱の側面に付着し、角柱の側面にはく離渦域が形成される。このようなく離域の大きさは流れのレイノルズ数や角柱の配置に依存する。

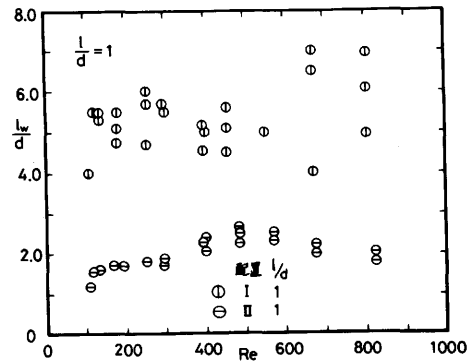
流れのレイノルズ数と角柱の長幅比が同じ場合角柱の後流渦域は配置Ⅰの方が配置Ⅱより長い。これは、配置Ⅰでは後流渦域が角柱後面と側壁の間に形成され、停留する傾向が強いのにに対し、配置Ⅱでは後流渦域の拘束が弱く、左右二つの渦の非平衡による間欠的な渦の放出が生ずるためであると考えられる。

以上のように、角柱まわりの流れは、流れのレイノルズ数、角柱の長幅比及び角柱の配置の影響を受け、角柱後面の後流渦域のみならず、角柱側面にはく離渦域や角柱後方の側壁渦域を含む複雑なものとなる。

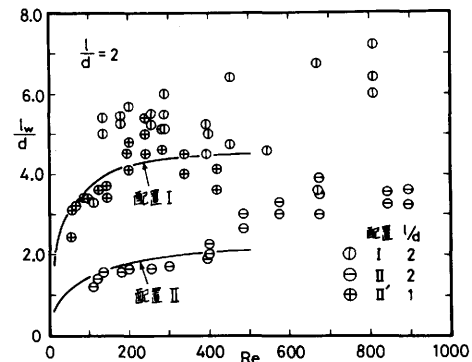
### 3.2.2 角柱の後流渦域長さ

角柱まわりの流れは複雑なものとなるが、それを特性づけるものとして、角柱の後流渦域長さをとりあげ検討することにする。

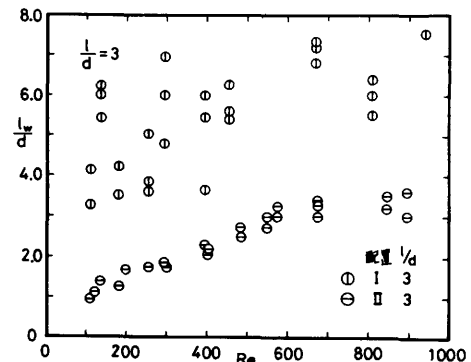
角柱の後流渦域の長さ  $l_w$  を可視化写真より決定し、その相対的長さ  $l_w/d$  を、角柱ごとに、配置をパラメータ (記号分け図示) にして、流れのレイノルズ数に対し図示したのが図21である。後流渦



(a)  $l/d = 1$



(b)  $l/d = 2$



(c)  $l/d = 3$

図21-1 後流渦域の相対的長さ

域の相対的長さは角柱の配置により大きく異なり、その値は、配置Ⅰでは3～7、配置Ⅱでは1～3.5と、前者の場合は後者の場合のほぼ2倍となる。しかし、配置Ⅰと配置Ⅱの流れ場の幾何学的形状に着目して、角柱まわりの流れ模様を考えると、配置Ⅱの場合の半領域が配置Ⅰの場合の全領域に対応するとみなせる。そこで、配置Ⅱの場合の長幅比が1、3、5の角柱の後流渦域の相対的長さと流れのレイノルズ数を、

$$\frac{l_w}{d/2} \rightarrow 2 \cdot \frac{l_w}{d} \quad \frac{u_0 D/2}{\nu} \rightarrow \frac{1}{2} \cdot Re$$

のように修正し、その結果（配置Ⅱ'と表示）を、配置Ⅰの長幅比が2、6、10の角柱の場合の $l_w/d$ と $Re$ の関係図に記入した。両者の結果は大略一致する。これより、前述の角柱の後流渦域の相対的長さの配置による相違は、特性化に起因する見掛上のものとも考える。それ故、配置Ⅰの場合の全領域と配置Ⅱの半領域の流れをくらべてみる。後流渦域の相対的長さの特性から、両者の後流渦域外の流れは類似したものとなるのが推定されこのことは可視化写真から確認される。しかし、後流渦域内の流れになると、配置Ⅰの場合の密着側壁と配置Ⅱの場合の対称二分平面では、流体力学的な境界としての条件が違ふこともあって、流れのレイノルズ数によっては、相当に異なっているのが見出される（例えば、図17-bと図19-b）。

角柱の後流渦域の相対的長さの流れのレイノルズ数による変化をみると、 $l_w/d$ は $Re$ の増加と共に増加し、一定値に漸近するのが見出される。さらに、配置Ⅰの場合には観測結果のばらつきが大きくはっきりした傾向はつかみえないが、配置Ⅱの場合には $l_w/d$ は $Re=100$ の小さい値から急増し以後増加率を減少させ $Re=400$ まで一定ないしは漸増し、 $Re=400$ 付近で変曲的な変化をし、以後増加し一定値に近づく（ $1/d=1$ では、例外的に $Re>500$ で減少する傾向を示す）のがわかる。角柱の長幅比が2の場合の数値計算結果を図21-bに実線で記入した。配置Ⅱの場合には、解析結果は実験結果と大略一致するが、配置Ⅰの場合には実験結果の方がやや大きくなっている。

次に、角柱の後流渦域長さへの角柱の長幅比の効果をみるために、流れのレイノルズ数をパラメ

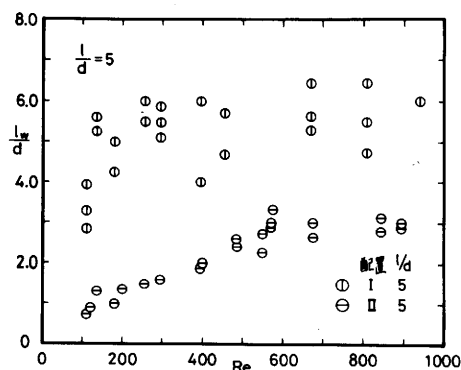
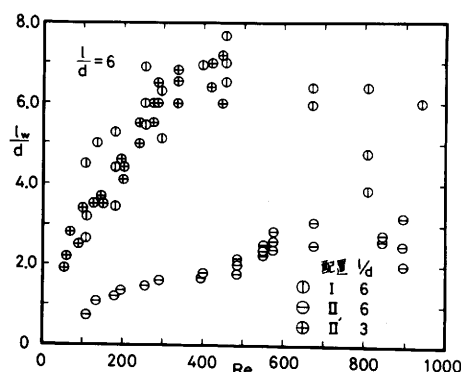
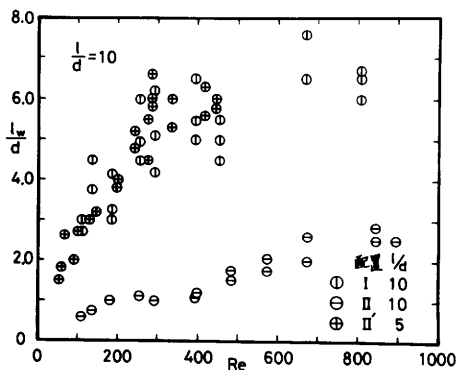
(d)  $1/d = 5$ (e)  $1/d = 6$ (f)  $1/d = 10$ 

図21-2 後流渦域の相対的長さ

ータにして後流渦域の相対的長さの角柱の長幅比に対する図示を試みた。配置Ⅰの場合には、観測結果のばらつきが大きく、この種の図示からは有意な傾向を見出しえない。配置Ⅱの場合の結果を図22に示した。同図には、レイノルズ数が200の場合の数値解析結果を破線で記入した( $Re=200$ の実験結果は○で特記)。角柱の長幅比が小さい( $1/d \leq 3$ )ときは、解析結果は実験結果と大略一致するが、長幅比が大きくなる( $1/d=5$ )と、実験結果よりかなり大きくなる(1.35→1.8)。また、ある一定のレイノルズ数においては、実験結果には、角柱の後流渦域の相対的長さは角柱の長幅比の増加と共に減少することが見出されるが、この傾向は、解析結果にはみとめられない。

以上のように、角柱の後流渦域長さは、流れのレイノルズ数、角柱の長幅比や配置により複雑に変化する。

#### 4 結 論

平行な二平面側壁で構成される流路中におかれた角柱まわりの二次元的流れについて、解析及び実験の両面から検討し、

- (1) 流れ場は、流れのレイノルズ数、角柱の長幅比や配置に依存し、角柱後流渦域の存在する複雑なものとなる
- (2) 差分数値解法は、流れのレイノルズ数が500程度以下において、流れ場の解明に有効で、流線、速度、圧力などに関する有用な資料を提供する
- (3) アルミ粉末トレーサ法は、二次元的流れ場の可視化に効果的で、全体的な流線模様の把握を可能にする

ことなどを明らかにした。

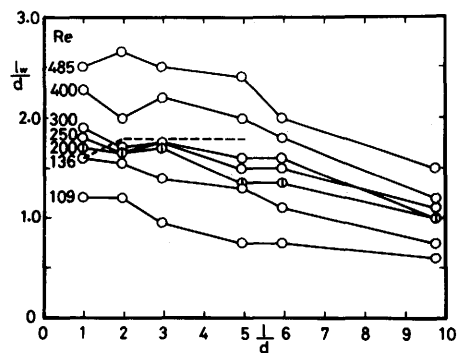
おわりに、本研究の可視化観測に協力された当時の福井大学学生、藤本淳一、渡辺修の両君に謝意を表します。また、本稿の図面の作成に対し、吉田喜美枝官に感謝します。

#### 参 考 文 献

- (1) D.Greenspan : Jour. of Eng. Math, 3-1, 21, (1969).
- (2) M. Friedman : Jour. of Eng. Math, 6-3, 285, (1972).

本論文は、昭和53年8月30日、日本機械学会第901回講演会で講演(機講論、No.780-11、昭和53.8)したものに加筆しまとめた。

なお、本論文の一部は、著者の一人(松本)の修士論文(福井大学、昭和53.2)にもとづかれており、修士論文のご査読に対し、福井大学の葦埜勲教授ならびに部谷尚道教授に感謝の意を表します。



配置Ⅱ

図22 後流渦域の相対的長さ